

درسنامه و نکات کلیدی

(فصل اول)

سال نهم

مجموعه ها

مجموعه: به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می گویند.

مثال: کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟

الف) ۳ عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست) ج) اعداد اول کمتر از ۱۰ (مجموعه است)

نکته: مجموعه را به صورت آکولاد $\{ \}$ نشان می دهند و مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند.

نکته: به هر یک از اعداد و عبارات داخل مجموعه عضو می گویند و علامت عضو بودن به صورت \in و علامت عضو نبودن به صورت \notin می باشد.

نکته: تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می دهند.

مثال: با توجه به مجموعه A درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$A = \{3, \{4, 5\}, 6\} \quad n(A) = 4 \quad X \quad 3 \in A \quad \checkmark \quad 4 \notin A \quad \checkmark \quad \{6\} \in A \quad X$$

مجموعه تهی: مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت $\{ \}$ یا \emptyset می باشد.

مثال: کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ $\{1, 2, 3\}$ ب) اعداد صحیح کمتر از صفر $\{0, -1, -2, -3, \dots\}$ ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ $\{ \}$

دو مجموعه برابر: دو مجموعه A و B را برابر می گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه ی مقابل:

$$A = \{4, 3, 1\} \quad \text{و} \quad B = \left\{ \sqrt{9}, 7, \frac{20}{5} \right\}$$

مثال: دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار x و y را به دست آورید؟

$$\{x - 7, 3\} = \{4, y\} \quad x - 7 = 4 \Rightarrow x = 11, y = 3$$

زیر مجموعه: مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می دهند. اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می دهند.

نکته: اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه رابطه های مقابل همواره برقرار است: $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$

نکته: برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه ها از رابطه 2^n استفاده می کنیم. اگر تعداد زیر مجموعه را داشته باشیم و تعداد عضو را خواسته باشند عدد داده شده را تجزیه می کنیم.

مثال: الف) مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد؟ زیر مجموعه $n(A) = 10 \Rightarrow 2^{10} = 2^{10} = 1024$

ب) یک مجموعه دارای ۳۲ زیر مجموعه است. این مجموعه دارای چند عضو است؟ عضو دارد $32 = 2^5 \Rightarrow 5$

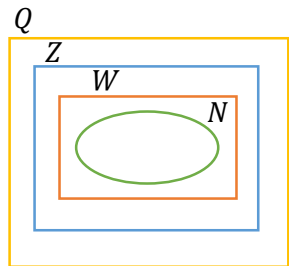
مجموعه ها

نمایش مجموعه ها : الف) مجموعه اعداد طبیعی : $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ ب) مجموعه اعداد حسابی : $W = \{0, 1, 2, \dots\}$

ج) مجموعه اعداد صحیح : $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ د) مجموعه اعداد طبیعی زوج : $E = \{2, 4, 6, \dots\}$

ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد : $O = \{1, 3, 5, \dots\}$ و) مجموعه اعداد گویا : $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

نمودار ون مجموعه ها : مجموعه ها را می توان داخل یک منحنی بسته ای نشان داد.



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

نکته : نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است :

مثال : الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟

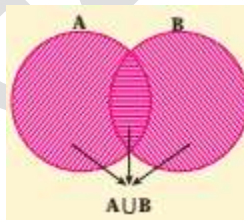
$$A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 2\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\} \quad B = \{2x - 1 \mid x \in N, x \leq 3\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2(1) - 1, 2(2) - 1, 2(3) - 1\}$$

ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید؟

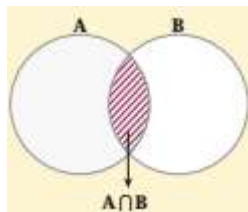
$$C = \{-6, -5, \dots, 3\} = \{x \mid x \in Z, -7 < x < 4\} \quad D = \{4, 8, 12, \dots\} = \{4x \mid x \in N\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند و اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اجتماع دو مجموعه A و B

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند و اشتراک دو مجموعه A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اشتراک دو مجموعه A و B

مجموعه ها

تفاضل دو مجموعه : مجموعه $A - B$ (A منهای B) شامل همه عضوهایی است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.

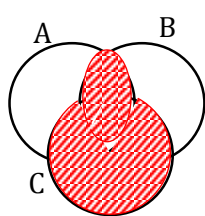
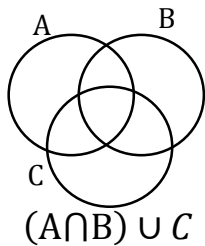


نمودار ون تفاضل دو مجموعه A و B

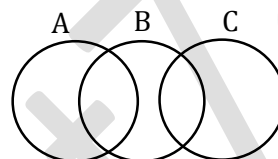
مثال : اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{x \mid x \in Z, -2 < x \leq 2\}$ و $C = \{x^2 + 1 \mid x \in A\}$ باشد. عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟
 $C = \{1^2 + 1, 2^2 + 1, 3^2 + 1\} = \{2, 5, 10\}$ $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

الف) $A - C = \{1, 3\}$

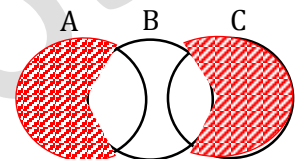
ب) $B \cap (A \cup C) = \{-1, 0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 5, 10\} = \{1, 2\}$



مثال : با توجه به هر شکل مجموعه های داده شده را هاشور بنزید؟



$(A \cup C) - B$



مجموعه و احتمال : برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}} \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$$

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$B = \{5, 6\}$ (ب) احتمال آمدن عدد بزرگتر و مساوی ۵ :

$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$A = \{2, 3, 5\}$ (الف) احتمال آمدن عدد اول :

مثال : در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟
 کل حالت ها $n(S) = 6^2 = 36$

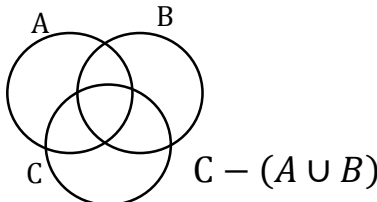
(الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید :

$A = \{(1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2), (5, 1), (5, 2)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود :

$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{5}{36}$

مجموعه ها

| ردیف | سوال | ردیف | سوال |
|------|---|------|--|
| ۱ | اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ $A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 5\}$ $B = \left\{ \frac{x+1}{x} \mid x \in N, -4 < x < 4 \right\}$ | ۷ | با توجه به شکل مجموعه داده شده را هاشور بزنید؟  |
| ۲ | صورت ریاضی مجموعه های زیر را بنویسید؟ $C = \{7, 6, 5, \dots, -3\}$ $D = \{5, 10, 15, \dots\}$ | ۸ | اگر $A = \{3, 4\}$ و $B = \{1, 2, 4, 5\}$ و $C = \{1, 6, 7, 8\}$ اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ الف) $B - C =$ ب) $(A \cup B) - (A \cap C) =$ |
| ۳ | اعداد صحیح بین -3 و $+4$ را به سه روش زیر بنویسید؟ الف) نوشتن اعضوها : ب) صورت ریاضی اعضوها : ج) اعضای مجموعه به صورت نمودار ون : | ۹ | دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار $a + b$ چقدر است؟ $A = \{2a - 1, 3, 2^2\}$ و $B = \{b, 5, \sqrt{9}\}$ |
| ۴ | الف) مجموعه ای دارای ۴ عضو است. تعداد زیر مجموعه ها دارای چند عضو است؟ ب) مجموعه ای دارای ۶۴ زیر مجموعه است. تعداد عضو این مجموعه چند است؟ | ۱۰ | سه مجموعه مختلف بنویسید که با مجموعه ی زیر مساوی باشد؟ $A = \{2, 5, 6\}$ |
| ۵ | با توجه به مجموعه ی مقابل : $A = \{\{a\}, b, \{c, d\}\}$ الف) $n(A)$ چند است؟ ب) تعداد زیر مجموعه چند است؟ ج) یک زیر مجموعه دو عضوی بنویسید؟ | ۱۱ | در یک کیسه ۳ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و ۲ مهره سفید است. یک مهره را تصادفا از کیسه بیرون می آوریم : الف) احتمال این که مهره قرمز باشد چقدر است؟ ب) احتمال این که مهره آبی نباشد چقدر است؟ ج) احتمال این که مهره آبی یا سفید باشد چقدر است؟ |
| ۶ | اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ الف) $Z - N =$ ب) $W \cap N =$ ج) $N - W =$ | ۱۲ | دو تاس را همزمان پرتاب می کنیم : الف) احتمال این که تاس اول عدد زوج و تاس دوم مضرب ۵ بیاید : ب) احتمال این که مجموع هر دو تاس ۵ شود : |