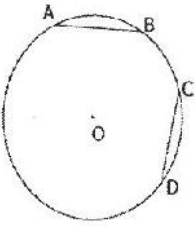
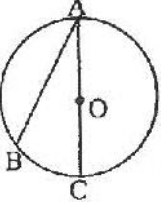
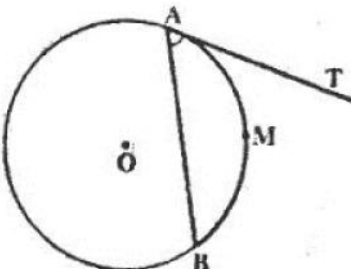
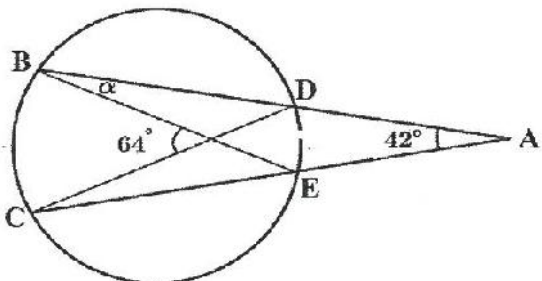
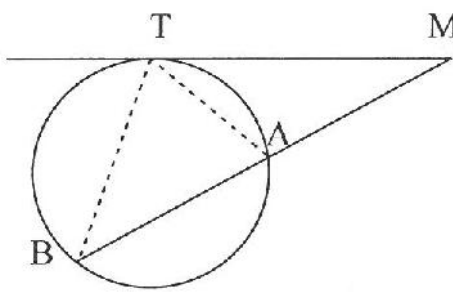
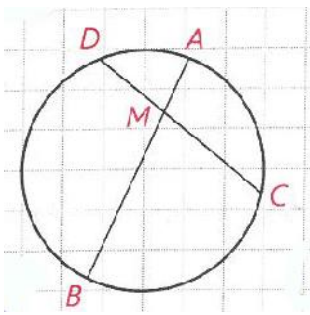
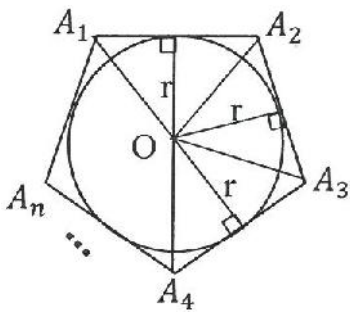
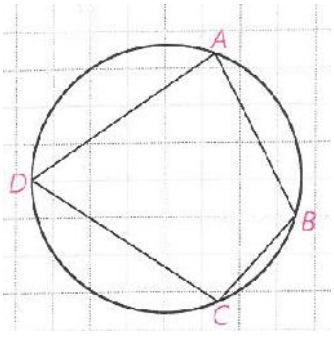


بسمه تعالی

تاریخ آزمون: ۹۷/۱۰/۰۵	اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی	آزمون درس: هندسه ۲
ساعت شروع آزمون: ۸ صبح	دی ماه سال تحصیلی ۹۷ - ۹۸	رشته و پایه: یازدهم ریاضی
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	دبیرستان دولتی پروفیسور حسابی تبریز	نام و نام خانوادگی:
نام دبیر: محمد شعرباف	نمره به حروف:	نمره به عدد:

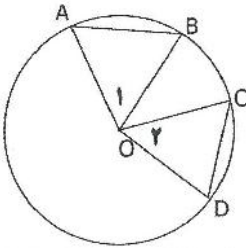
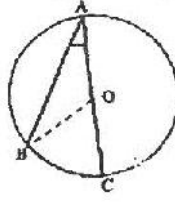
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) یک چند ضلعی را محاطی گوئیم، هرگاه دایره ای باشد که بر تمامی اضلاع آن مماس باشد. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) دو دایره به شعاع های R و R' مماس خارج هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها $\sqrt{2RR'}$ است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) بین دو وتر نابرابر و تری بزرگتر است که فاصله اش از مرکز کمتر باشد. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ به طول خط المکزین d متخارج هستند اگر $d > R + R'$. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۱.۵	<p>دو وتر AB و CD از یک دایره باهم برابرند ثابت کنید اندازه کمان های AB و CD باهم برابر باشند.</p> 	۲
۱	<p>ثابت کنید اگر یک ضلع زاویه محاطی قطری از دایره باشد، اندازه آن زاویه نصف کمان روبه روی آن است.</p> 	۳
۱.۵	<p>باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره به مرکز O اندازه هر زاویه ظلی برابر با نصف کمان رو بروی آن است.</p> 	۴

۱.۵	<p>در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید.</p> 	۵
۱.۵	<p>در دایره $C(O, R)$، اندازه ی کمان AB، $AB = 106^\circ$، فاصله O از وتر AB را به دست آورید.</p>	۶
۱.۵	<p>هر گاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع.</p> 	۷
۱.۵	<p>در دایره $C(O, R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11\text{cm}$، آن گاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟</p> 	۸
۱.۵	<p>طول خط مرکزین دو دایره مماس درونی ۳ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود f ۲۱ سانتی متر مربع است. طول شعاع های دو دایره به دست آورید.</p>	۹

۲	<p>اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2p$ شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$</p> 	۱۰
۲	<p>یک چهار ضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.</p> 	۱۱
۱	<p>در مثلثی با مساحت ۸۰ و محیط ۶۰، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع به اندازه ی ۱۴ را بیابید.</p>	۱۲
۱.۵	<p>ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.</p>	۱۳
۲۰	<p>موفق و سربلند باشید شعرباف</p>	
جمع		

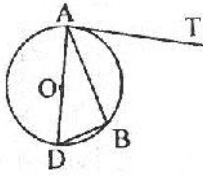
بسمه تعالی

تاریخ آزمون: ۹۷/۱۰/۰۵	اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی	آزمون درس: هندسه ۲
ساعت شروع آزمون: ۹:۳۰ صبح	دی ماه سال تحصیلی ۹۸-۹۷	رشته و پایه: یازدهم ریاضی
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	دبیرستان دولتی پروفیسور حسابی تبریز	نام و نام خانوادگی:
نام دبیر: محمد شعرباف	نمره به حروف:	نمره به عدد:

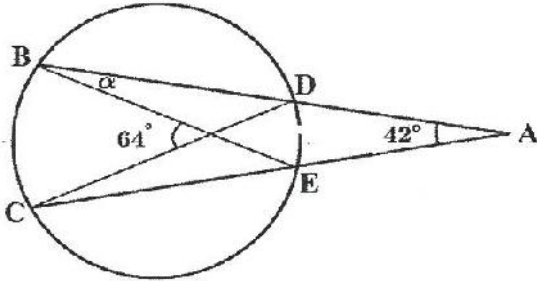
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) یک چند ضلعی را محاطی گوئیم، هرگاه دایره ای باشد که بر تمامی اضلاع آن مماس باشد. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) دو دایره به شعاع های R و R' مماس خارج هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها $\sqrt{2RR'}$ است. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) بین دو وتر نابرابر و تری بزرگتر است که فاصله اش از مرکز کمتر باشد. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ به طول خط المکزین d متخارج هستند اگر $d > R + R'$. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۱.۵	<p>دو وتر AB و CD از یک دایره باهم برابرند ثابت کنید اندازه کمان های AB و CD باهم برابر باشند.</p>  $\left. \begin{array}{l} OA = OC \\ OB = OD \\ AB = CD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$	۲
۱	<p>ثابت کنید اگر یک ضلع زاویه محاطی قطری از دایره باشد، اندازه آن زاویه نصف کمان روبه روی آن است.</p>  <p>اثبات) از نقطه O به B وصل می کنیم: داریم</p> $OA = OB \Rightarrow \hat{OBA} = \hat{OAB}$ $\widehat{BOC} = \widehat{BC} \text{ (زاویه مرکزی)}$ $\triangle OAB \text{ (زاویه خارجی)} \hat{BOC} = \hat{OBA} + \hat{OAB} = 2\hat{OAB} \Rightarrow 2\hat{OAB} = \widehat{BC} \Rightarrow \hat{OAB} = \frac{\widehat{BC}}{2}$	۳
۱.۵	<p>باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره به مرکز O اندازه هر زاویه ظلی برابر با نصف کمان رو بروی آن است.</p> <p>زاویه ظللی \hat{BAT} را در دایره ی به مرکز O در نظر می گیریم. قطر AD از این دایره را رسم می کنیم. از D به نقطه B وصل می نمائیم زاویه \hat{ABD} محاطی روبرو به قطر مساوی 90° است پس:</p> $\hat{ADB} + \hat{DAB} = 90^\circ \text{ از طرفی } \hat{DAB} + \hat{BAT} = 90^\circ \text{ از رابطه بالانتيجه مي شود:}$	۴

$B\hat{A}T = A\hat{D}B$ اما می دانیم:

$$A\hat{D}B = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow B\hat{A}T = \frac{\widehat{AB}}{2}$$



۱.۵



در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید.

$$\left. \begin{aligned} 42^\circ &= \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2} \\ 64^\circ &= \frac{\widehat{BC} + \widehat{DE}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 84^\circ &= x - y \\ 128^\circ &= x + y \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+}$$

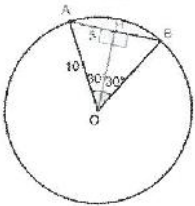
$$212 = 2x \Rightarrow x = 106 \Rightarrow 84 = 106 - y$$

$$\Rightarrow y = 106 - 84 = 22$$

$$\alpha = \frac{\widehat{DE}}{2} = 11^\circ \Rightarrow \alpha \text{ زاویه محاطی است}$$

۵

۱.۵



در دایره $C(O, R)$ ، $AB = 10$ و $A\hat{O}B = 60^\circ$ فاصله O از وتر AB را به دست آورید.

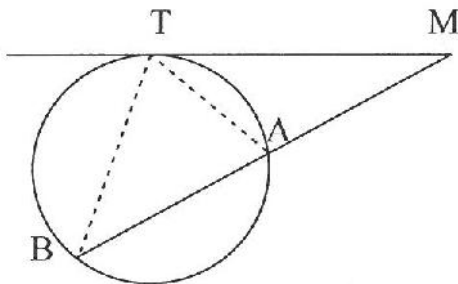
حل) مثلث AOB متساوی الاضلاع است لذا $OA = 10$ بنا به رابطه فیثاغورس داریم:

$$OH^2 = OA^2 - AH^2 \Rightarrow OH^2 = 100 - 25 \Rightarrow OH^2 = 75 \Rightarrow OH = 5\sqrt{3}$$

۶

۱.۵

هر گاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع.

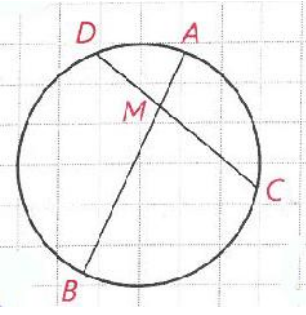
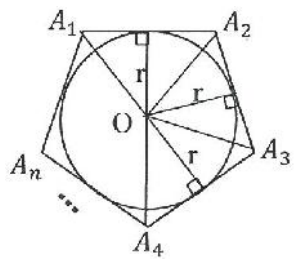
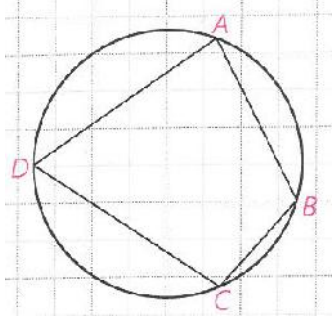


$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_1 = A\hat{T}M = \frac{\widehat{TA}}{2} \\ \hat{B} = \frac{\widehat{TA}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \hat{T}_1 = \hat{B} \\ M = M \end{aligned} \right\} \xrightarrow{ZZ}$$

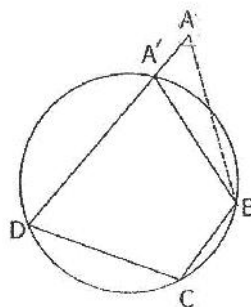
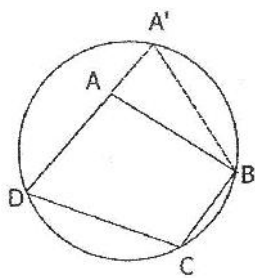
$$\Delta AT_1M \approx \Delta TBM \Rightarrow \frac{AT}{BT} = \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \Rightarrow$$

$$MT^2 = MA \times MB$$

۷

۱.۵	<p>در دایره $C(O, R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11 \text{ cm}$، آن گاه وتر CD و وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟</p>  $\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DM}{DM + MC} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow \frac{DM}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ $3DM = 9 \Rightarrow DM = 3, MC = 9 - DM \Rightarrow MC = 6$ $MD \times MC = MA \times MB \Rightarrow 3 \times 6 = x \times (11 - x) \Rightarrow$ $18 = 11x - x^2 \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 9) = 0$ $x = 2 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{9}$	۸
۱.۵	<p>طول خط مرکزین دو دایره مماس درونی ۳ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود f ۲ سانتی متر مربع است. طول شعاع های دو دایره به دست آورید.</p> $S = fR^2 - fR'^2 \Rightarrow 2f = f(R^2 - R'^2) \Rightarrow 21 = (R - R')(R + R') \Rightarrow 21 = 3(R + R')$ $R + R' = 7 \Rightarrow \left. \begin{matrix} R + R' = 7 \\ R - R' = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2R = 10 \Rightarrow R = 5, R - R' = 3 \Rightarrow 5 - R' = 3 \Rightarrow R' = 2$	۹
۲	<p>در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط p شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$.</p>  $S_{A_1A_2A_3 \dots A_n} = S(\triangle A_1OA_2) + S(\triangle A_2OA_3) + \dots + S(\triangle A_nOA_1)$ $\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times A_1A_2 \times r + \frac{1}{2} \times A_2A_3 \times r + \dots + \frac{1}{2} \times A_nA_1 \times r$ $S = \frac{1}{2} \times r \times (A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_nA_1) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times r \times (2p) =$ $S = rp$	۱۰
۲	<p>یک چهار ضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.</p> <p>فرض: چهار ضلعی $ABCD$ محاطی است.</p> <p>حکم: $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$ و $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$</p>  $\left. \begin{matrix} \hat{A} = \frac{\widehat{DCB}}{2} \\ \hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{2} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{+} \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{DCB}}{2} + \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ <p>اثبات: $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$</p> <p>به همین ترتیب $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$</p> <p>برعکس: فرض: $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$ و $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ حکم: چهار ضلعی $ABCD$ محاطی است.</p> <p>اثبات: از سه نقطه غیر واقع بر یک خط یک دایره می گذرد چون $ABCD$ چهار ضلعی است پس از سه نقطه B, C, D یک دایره می گذرد اگر این دایره از A بگذرد حکم برقرار است.</p> <p>فخ: فرض کنیم این دایره از A نگذرد پس در این صورت دایره ضلع AD یا امتداد AD را در نقطه ای</p>	۱۱

مانند A' قطع می کند که به یکی از دو صورت زیر خواهد بود.



چهار ضلعی $A'BCD$ محاطی است در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}' + \hat{C} &= 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}' + \hat{C} = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A}' = \hat{A} \quad (I)$$

از طرفی در شکل سمت چپ داریم: $(\hat{A} \text{ زاویه خارجی } \triangle AA'B) \hat{A} = \hat{A}' + \hat{B} \Rightarrow \hat{A} > \hat{A}' \quad (II)$
در این صورت رابطه (I) با (II) در تناقض است پس فح باطل و حکم صادق است.

از طرفی در شکل سمت راست داریم: $(\hat{A}' \text{ زاویه خارجی } \triangle A'AB) \hat{A}' = \hat{A} + \hat{B} \Rightarrow \hat{A}' > \hat{A} \quad (III)$
در این صورت رابطه (I) با (III) در تناقض است پس فح باطل و حکم ثابت می شود.

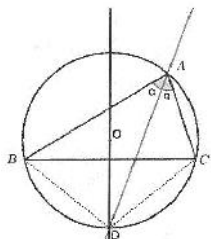
۱۲ در مثلثی با مساحت ۸۰ و محیط ۶۰، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع به اندازه ی ۱۴ را بیابید.

$$r_a = \frac{s}{p-a} \Rightarrow r_a = \frac{80}{30-14} = \frac{80}{16} = 5$$

۱۳ ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.

اثبات) فرض کنیم نیمساز زاویه \hat{A} دایره محیطی مثلث ABC را در نقطه D قطع کند D را به نقاط B و C وصل می کنیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \frac{\widehat{DC}}{2} \\ \hat{A}_2 &= \frac{\widehat{DB}}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \frac{\widehat{DC}}{2} = \frac{\widehat{DB}}{2} \xrightarrow{\times 2} \widehat{DC} = \widehat{DB} \Rightarrow DC = DB \Rightarrow$$



نقطه D از دو سر پاره خط BC به یک اندازه است پس نقطه D روی عمود منصف پاره خط BC قرار دارد.

۲۰ جمع

موفق و سربلند باشید شعر باف